

Ermittlung von Zuverlässigkeitskenngrößen für ein elektronisches Gerät

Ein mobiler Handheld-Signalgenerator bestehe aus 4 ICs analog, 3 ICs digital bipolar, eine 7-Segment-Anzeige, 3 Elektrolytkondensatoren, 5 Keramikkondensatoren, 2 Leuchtdioden, 47 Lötverbindungen mit 29 Durchkontaktierungen, 4 Tastern, 9 SMT-Widerständen, 4 Klemmkontakten auf der Leiterkarte (Batterien) und einem Industrie-Steckverbinder (Signalausgang).

- Zu berechnen sind die Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ und Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ für $t = 5$ Jahre, wobei auf Grund der Verwendung als mobiles Handheld-Gerät jeweils von den schlechtesten Ausfallraten der Bauelemente und Komponenten auszugehen ist. Das Gerät ist nur funktionsfähig, wenn alle genannten Bauelemente betriebsbereit sind.
- Es ist die MTTF (Mean Time To Failure) bzw. MTBF (Mean Time Before Failure) zu ermitteln. Das Ergebnis ist im Verhältnis zum Verlauf von Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ bzw. Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ zu werten.
- Nach welcher Nutzungszeit t_{Nutz} müssen die Geräte ausgesondert werden, wenn mindestens vier von fünf Geräten noch betriebsbereit sein sollen? Eine Reparatur bzw. Wartung der Geräte ist nach abgelaufener Gewährleistung auf Grund des kompakten Aufbaus nicht sinnvoll.
- Wie verändern sich die Ergebnisse von a) bis c), wenn man qualitativ hochwertigere Taster mit einer Ausfallrate $\lambda = 1000$ FIT einsetzen würde?

Aufstellung der zugehörigen Ausfallraten (λ -Werte) in FIT:

ICs analog	4 x 200
ICs digital bipolar	3 x 200
7-Segment-Anzeige	1 x 200
Elektrolytkondensatoren	3 x 60
Keramikkondensatoren	5 x 6
Leuchtdioden	2 x 90
Lötverbindungen	47 x 6
Durchkontaktierungen	29 x 10
Taster	4 x 1500
SMT-Widerstände	9 x 20
Klemmkontakte	4 x 30
Steckverbinder	1 x 100
Summe	8962

- Aus logischer Sicht stellt der Signalgenerator eine UND-Verknüpfung bzw. Reihenschaltung aller in ihm befindlichen Komponenten dar, insofern er bereits beim Ausfall einer Komponente nicht mehr funktionsfähig ist. Damit ergibt sich für die Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$:

$$R_{\text{ges}}(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t) \cdot \dots \cdot R_n(t)$$

$$R_{\text{ges}}(t) = e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot \dots \cdot e^{-\lambda_n \cdot t}$$

$$R_{\text{ges}}(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n) \cdot t}$$

$$R_{\text{ges}}(t) = e^{-\lambda_{\text{ges}} \cdot t}$$

$$R_{\text{ges}}(5 \text{ Jahre}) = e^{-8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1} \cdot 5 \text{ Jahre} \cdot 365 \text{ Tage / Jahr} \cdot 24 \text{ h / Tag}}$$

$$R_{\text{ges}}(5 \text{ Jahre}) = 0,6753 = 67,53\%$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses zur Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$. Es gilt:

$$F_{\text{ges}}(t) = 1 - R_{\text{ges}}(t)$$

$$F_{\text{ges}}(t) = 1 - e^{-\lambda_{\text{ges}} \cdot t}$$

$$F_{\text{ges}}(5 \text{ Jahre}) = 1 - e^{-8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1} \cdot 5 \text{ Jahre} \cdot 365 \text{ Tage / Jahr} \cdot 24 \text{ h / Tag}}$$

$$F_{\text{ges}}(5 \text{ Jahre}) = 0,3247 = 32,47 \%$$

- b) Die zu erwartende mittlere Lebensdauer MTTF bzw. MTBF kann bei zeitlich konstanter Ausfallrate λ über folgende Beziehung ermittelt werden:

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{MTBF}_{\text{ges}} = \frac{1}{\lambda_{\text{ges}}}$$

$$\text{MTBF}_{\text{ges}} = \frac{1}{8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1}}$$

$$\text{MTBF}_{\text{ges}} = 111582 \text{ h} = 154,98 \text{ Monate} = 12,74 \text{ Jahre}$$

Der hohe Wert für die MTBF_{ges} mag zunächst erstaunen. Er ist aber korrekt, insofern die Summe der Betriebsdauern aller betrachteten Geräte bis zur Zeit MTBF gleich der Summe aller noch ab der MTBF auftretenden Betriebsdauern ist. In diese Rechnung fließen sowohl die schon vor der MTBF ausfallenden Geräte als auch die erst nach der MTBF ausfallenden Geräte ein. Damit ist die MTBF tatsächlich ein *zeitlicher* Mittelwert für die zu erwartende Betriebsdauer, der aber mit der Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ nur indirekt (über die e-Funktion) in Verbindung steht.

Für die Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ zum Zeitpunkt $t = \text{MTBF}$ ergibt sich allgemein:

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$R(\text{MTBF}) = e^{-\lambda \cdot \text{MTBF}}$$

$$\lambda = \frac{1}{\text{MTBF}}$$

$$R(\text{MTBF}) = e^{-\frac{1}{\text{MTBF}} \cdot \text{MTBF}} = e^{-1}$$

$$R(\text{MTBF}) = 0,36788 = 36,788 \%$$

Das heißt, dass bis zum Erreichen der MTTF bzw. MTBF ca. zwei Drittel der Geräte schon ausfallen, wenn nur noch 36,79 % funktionsfähig sind. Ist dieser Zustand sicherheitstechnisch oder nutzungstechnisch zu schlecht, orientiert man sich an Stelle der MTTF bzw. MTBF besser am Verlauf von Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ bzw. Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$, wie es unter Punkt c) praktiziert wird.

- c) Die Vorausberechnung der voraussichtlichen Nutzungsdauer t_{Nutz} für den Fall, dass mindestens vier von fünf Signalgeneratoren noch betriebsbereit sein sollen, kann über die Formel zur Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ erfolgen. Wenn vier von fünf Geräten noch funktionieren, beträgt die Überlebenswahrscheinlichkeit für diesen Zeitpunkt 0,8 bzw. 80 %:

$$R_{\text{ges}}(t) = e^{-\lambda_{\text{ges}} \cdot t}$$

$$R_{\text{ges}}(t_{\text{Nutz}}) = e^{-\lambda_{\text{ges}} \cdot t_{\text{Nutz}}}$$

$$0,8 = e^{-8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1} \cdot t_{\text{Nutz}}}$$

$$\ln(0,8) = -8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1} \cdot t_{\text{Nutz}}$$

$$t_{\text{Nutz}} = \frac{\ln(0,8)}{-8962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1}}$$

$$t_{\text{Nutz}} = 24899 \text{ h} = 34,58 \text{ Monate} = 2,84 \text{ Jahre}$$

Dieser Wert liegt erheblich unter der zu erwartenden mittleren Lebensdauer $MTBF_{ges}$, da bis zum Ablauf der $MTBF_{ges}$ schon ein Vielfaches von 20 % der Geräte ausgefallen ist, wie die allgemeine Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ für $t = MTBF$ nochmals verdeutlicht:

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$$

$$F(MTBF) = 1 - e^{-\lambda \cdot MTBF}$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

$$F(MTBF) = 1 - e^{-\frac{1}{MTBF} \cdot MTBF} = 1 - e^{-1}$$

$$F(MTBF) = 0,63212 = 63,212 \%$$

- d) Der Einsatz der qualitativ hochwertigeren Taster verringert die Größe von λ_{ges} von ursprünglich 8962 FIT auf 6962 FIT. Die Rechnungen der Aufgaben a) bis c) ergeben dann:

$$R_{ges}(5 \text{ Jahre}) = e^{-6962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1} \cdot 5 \text{ Jahre} \cdot 365 \text{ Tage / Jahr} \cdot 24 \text{ h / Tag}}$$

$$R_{ges}(5 \text{ Jahre}) = 0,7372 = 73,72 \%$$

$$F_{ges}(5 \text{ Jahre}) = 0,2628 = 26,28 \%$$

$$MTBF_{ges} = \frac{1}{6962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1}}$$

$$MTBF_{ges} = 143637 \text{ h} = 199,50 \text{ Monate} = 16,40 \text{ Jahre}$$

$$t_{Nutz} = \frac{\ln(0,8)}{-6962 \cdot 10^{-9} \text{ h}^{-1}}$$

$$t_{Nutz} = 32052 \text{ h} = 44,52 \text{ Monate} = 3,66 \text{ Jahre}$$